

Schulcurriculum Mathematik Jahrgänge 5 – 10

Vorbemerkungen:

Die im Kerncurriculum verbindlich geforderten Kompetenzen werden durch die angegebenen Unterrichtseinheiten vollständig erfasst.

Im Kern werden die verbindlich genannten inhaltsbezogenen Kompetenzen stichwortartig aufgelistet, konkretisiert und mit prozessbezogenen Kompetenzen verknüpft. Die weitere Zuordnung prozessbezogener Kompetenzen erfolgt durch die Lehrerin/ den Lehrer. Insbesondere ist zu beachten, dass Kompetenzen nicht isoliert und punktuell, sondern nur über mehrere Lernbereiche und über die Schuljahre hinweg aufgebaut werden.

Die fakultativen Erweiterungen geben Anregungen für mögliche Vernetzungen und Vertiefungen, die über den Kern hinausgehen und auf ein tieferes und komplexeres Verständnis der Begrifflichkeiten abzielen. Durch die fakultativen Erweiterungen können sich auch Möglichkeiten zur inneren Differenzierung ergeben.

Die Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge geben Anregungen für einen sinnvollen Unterrichtseinsatz. Auf die Aufzählung von immer verfügbaren Routinen wie beispielsweise die Darstellung von Funktionen wird verzichtet.

Jahrgang 5

Unterrichtseinheit: Daten

Intention

Der Umgang mit Daten ist grundlegend für den Stochastikunterricht. In dieser Unterrichtseinheit liegt der Fokus auf der Planung und Durchführung statistischer Erhebungen.

Es werden Erhebungen geplant, Ausgangspunkt sind dabei Fragestellungen aus der Alltagswelt der Schülerinnen und Schüler. Der Wunsch, eine zuvor formulierte Vermutung zu überprüfen, kann zentrales Motiv für die Durchführung einer Erhebung sein. Es werden Fehlermöglichkeiten bei der Erhebung diskutiert.

Daten werden einerseits durch Befragung und andererseits durch Beobachtung gewonnen.

Die Schülerinnen und Schüler erfahren altersgerecht, dass Erhebungsergebnisse von der Art der Fragestellung und von der Art der Stichprobenbildung abhängen. Dadurch wird es ihnen ermöglicht, Planung und Erhebung statistischer Fremddaten beurteilen zu können.

Kern

- eine Befragung oder eine Beobachtung planen und durchführen
 - Erkenntnisinteresse formulieren
 - das zu ermittelnde Merkmal identifizieren
 - die ggf. vorliegende Nichteindeutigkeit des Merkmals diskutieren
 - vorab Hypothesen aufstellen
 - die zu befragende bzw. zu beobachtende Stichprobe planen
 - Strichlisten zur Aufbereitung der Daten anlegen und nutzen
 - Hypothesen prüfen

- ein Experiment planen und durchführen
 - Erkenntnisinteresse formulieren
 - das zu ermittelnde Merkmal identifizieren
 - vorab Hypothesen aufstellen
 - die Durchführung planen
 - Tabellen zur Aufbereitung der Daten anlegen und nutzen
 - Hypothesen prüfen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Daten und Zufall

Hinweise

Unterrichtseinheit zum Einstieg in der neuen Klasse, Schüler lernen sich durch die Befragung besser kennen

Unterrichtseinheit: Formen und Beziehungen in Raum und Ebene

Intention

Der Umgang mit Körpern und Figuren dient zur Weiterentwicklung des geometrischen Vorstellungsvermögens. Dazu werden Eigenschaften von Körpern und Figuren erkundet.

Im Umgang mit Körpern und deren Eigenschaften kann zumeist auf sehr umfangreiche und vielfältige Vorkenntnisse aus der Grundschule zurückgegriffen werden.

Die Schülerinnen und Schüler stellen Körper selbst her, um diese zu erfassen und ein räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

Kern

- Formen in Raum und Ebene erkunden
 - Grundformen geometrischer Körper und Figuren beschreiben, charakterisieren und in der Umwelt identifizieren
 - Kantenmodelle von Körpern und Figuren

Fakultative Erweiterungen

Platonische Körper

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Raum und Form

Unterrichtseinheit: Größen

Intention

In der Geometrie müssen Längen bestimmt werden. Hier wird das Zusammenspiel mit der Arithmetik deutlich. In anderen Sachzusammenhängen kommen Größen wie Zeit und Masse vor. Es kann erforderlich sein, die Einheiten umzurechnen.

Kern

- Längen ermitteln
 - vergleichen, schätzen, berechnen
- Einheiten umrechnen
- runden und schätzen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Größen und Messen, Zahlen und Operationen

Unterrichtseinheit: Natürliche Zahlen und Rechnen

Intention

Die Schülerinnen und Schüler bringen aus der Grundschule Kompetenzen im Umgang mit den natürlichen Zahlen mit, die jetzt vertieft und erweitert werden. Es wird berücksichtigt, dass die Schülerinnen und Schüler die schriftliche Division mit einstelligen Divisor aus der Grundschule eventuell nicht routiniert beherrschen.

Die Grundrechenarten und ihre Umkehrungen werden in alltagsrelevanten Zahlenräumen sicher angewendet. Das wichtige Verfahren des Schätzens sowie Überschlagsrechnungen und die Ermittlung von Näherungswerten werden zur Überprüfung und für Plausibilitätsbetrachtungen benutzt. Die Schülerinnen und Schüler rechnen sicher mündlich und schriftlich. Insbesondere wird die schriftliche Division (s.o.) wiederholt und gefestigt und um die Division mit mehrstelligem Divisor ergänzt.

Kern

- mit natürlichen Zahlen rechnen
 - Grundrechenarten in alltagsrelevanten Zahlenräumen anwenden
 - Grundrechenarten umkehren, auch in Sachsituationen
 - Zusammenhänge zwischen den Grundrechenarten auch bei Sachproblemen nutzen
 - Rechenregeln auch in Sachzusammenhängen erläutern und zum vorteilhaften Rechnen verwenden
- runden und schätzen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen

Unterrichtseinheit: Geometrische Grundbegriffe und Konstruktionen

Intention

Bei der Bearbeitung von Problemstellungen aus der räumlichen und ebenen Geometrie werden Erfahrungen zu Eigenschaften von Körpern und Figuren gewonnen. Es wird das ebene kartesische Koordinatensystem eingeführt. In Mustern können viele geometrische Grundbegriffe entdeckt und untersucht werden.

Kern

- zueinander parallele und zueinander senkrechte Geraden identifizieren und darstellen
- ebenes kartesisches Koordinatensystem
- räumliche Objekte darstellen
 - Schrägbilder und Modelle von Würfeln und Quadern
 - Raumanschauung durch Netze

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Raum und Form

Unterrichtseinheit: Entdeckungen bei natürlichen Zahlen

Intention

Natürliche Zahlen werden bildlich dargestellt, Zahlengerade und Stellenwertsystem werden angemessen verwendet. Muster innerhalb der natürlichen Zahlen werden erkannt und genutzt.

Kern

- natürliche Zahlen darstellen und ordnen
 - Zahlengerade und Stellenwertsystem sowie bildliche Darstellungen nutzen
 - Vielfache und Teiler zum vorteilhaften Rechnen verwenden
 - Primzahlen identifizieren

Fakultative Erweiterungen

Quadratzahlen; ggT; kgV; einfache Zahlenfolgen und Zahlenreihen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen

Unterrichtseinheit: Größen in Ebene und Raum

Intention

Bei der Bestimmung von Längen, Flächen- und Rauminhalten geradlinig begrenzter Figuren mit rechten Winkeln wird das Zusammenspiel von Geometrie und Arithmetik deutlich. Die Flächen- und Rauminhalte einfacher Figuren werden durch Terme beschrieben und unter Berücksichtigung passender Einheiten berechnet. Nicht direkt berechenbare Größen werden dabei durch Probieren oder die Umkehrung der Grundrechenarten ohne eine Thematisierung der Äquivalenzumformungen ermittelt. Dabei steht die Entwicklung der Größenvorstellung im Vordergrund.

Kern

- Längen, Flächen- und Rauminhalte ermitteln
 - vergleichen, schätzen, berechnen
 - Formeln entwickeln, anwenden und interpretieren

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Größen und Messen, Raum und Form, Zahlen und Operationen

Hinweise

Unterrichtseinheit weist fächerverbindende Aspekte auf (Physik, Chemie)

Unterrichtseinheit: Brüche

Intention

Das Alltagswissen der Schülerinnen und Schüler über Brüche und deren Schreibweisen wird aufgegriffen und vertieft. Auf der Grundlage der Vorerfahrung wird der Bruchbegriff anschaulich erarbeitet und langfristig gesichert. Dazu wird vielfältig zwischen konkreter, verbaler, bildlicher und symbolischer Darstellung gewechselt. Verschiedene altersgerechte Bruchvorstellungen (Anteilkonzept, Aufteilkonzept, Verhältnis) werden aufgebaut. Die verschiedenen Bruchvorstellungen werden in Sachzusammenhängen verdeutlicht.

Kern

- Brüche im Alltag erkunden
 - Anteile, Maßstäbe, Prozente, Verhältnisse
- Bruchdarstellungen verwenden
 - bildliche, verbale, geometrische und algebraische Bruchdarstellungen
 - Brüche vergleichen, kürzen und erweitern

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Zahlen und Operationen

Jahrgang 6

Unterrichtseinheit: Kreise und Winkel

Intention

Bei der Untersuchung von Mustern oder bei der Betrachtung von Körpern stößt man auf Kreise. Diese werden zunächst als Ortslinie beschrieben. Durch das Konstruieren mit Kreisen können Kreismuster erzeugt werden.

Die Schülerinnen und Schüler sind bereits in verschiedenen Zusammenhängen Winkel begegnet. Für das Verständnis von Winkeln ist es sinnvoll, diese zunächst zu schätzen, dann zu messen und zu zeichnen.

Kern

- Kreise beschreiben und nutzen
 - Kreis als Ortslinie
 - Kreismuster beschreiben und erzeugen
- Winkel
 - Winkel in der Umwelt erkunden
 - Winkel schätzen, messen und zeichnen

Fakultative Erweiterungen

Kugeln

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Raum und Form; Größen und Messen

Unterrichtseinheit: Winkel in Figuren

Intention

Die Vorstellung von Winkeln wird vertieft. Mit dem Winkelsummensatz erhalten die Schülerinnen und Schüler eine Möglichkeit, Winkel zu erschließen, ohne zu messen.

Kern

- Neben-, Scheitel- und Stufenwinkel
- Winkelsummensatz begründen und anwenden
 - für Innenwinkel im Dreieck
 - für Vierecke

Fakultative Erweiterungen

Wechselwinkel; Winkelsummensatz für Innenwinkel in n-Ecken

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Raum und Form

Hinweise

Einsatz dynamischer Geometrie-Software (beispielsweise beim Winkelsummensatz), *siehe Medienkonzept*

Unterrichtseinheit: Dezimalzahlen

Intention

Ausgehend vom Alltagswissen der Schülerinnen und Schüler steht der Aufbau verschiedener angemessener Zahlvorstellungen im Vordergrund. Hieran anknüpfend werden – mit deutlichem Realitätsbezug und anhand überschaubarer Zahlenbeispiele – die Rechenregeln erkundet. Das Rechnen mit Dezimalzahlen erfolgt mit den Grundrechenarten und angemessen kleinen bzw. einfachen Operanden unter angemessener Anwendung des Stellenwertsystems.

Die Verbindung zwischen den Dezimalzahlen und den Brüchen wird hergestellt.

Kern

- Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen
- mit Dezimalzahlen rechnen
 - Grundrechenarten in alltagsrelevanten Zahlenräumen anwenden und mit dem Wissen über das Rechnen mit Brüchen verknüpfen
 - Grundrechenarten umkehren, um einfache Gleichungen zu lösen
 - Rechenregeln in Sachzusammenhängen erläutern und zum vorteilhaften Rechnen verwenden
 - Zusammenhänge zwischen den Grundrechenarten auch bei Sachproblemen nutzen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen

Unterrichtseinheit: Rechnen mit Brüchen

Intention

Anknüpfend an die Bruchschreibweise werden – mit deutlichem Realitätsbezug und anhand überschaubarer Zahlenbeispiele – die Rechenregeln erkundet. Die algebraischen Betrachtungsweisen orientieren sich an den geometrischen Veranschaulichungen. Die Untersuchung von Brüchen wie $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{9}$ stellt eine Verbindung mit der Unterrichtseinheit *Dezimalzahlen* her.

Kern

- mit Brüchen rechnen
 - Grundrechenarten mit einfachen Brüchen
 - Rechenregeln zum vorteilhaften Rechnen verwenden
 - Bruchvorstellungen in Sachzusammenhängen anwenden
 - Grundrechenarten umkehren, um einfache Gleichungen zu lösen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen

Unterrichtseinheit: Statistische Daten

Intention

Daten lassen sich übersichtlich beschreiben. In dieser Unterrichtseinheit liegt der Fokus auf der Darstellung und Auswertung erhobener Daten.

Erhebungen werden ausgewertet und dabei unterschiedliche Arten von Säulendiagrammen diskutiert. In Säulen- und Kreisdiagrammen dargestellte Fremddaten werden abgelesen, qualitativ interpretiert und kritisch bewertet.

Fragen nach Besonderheiten der Häufigkeitsverteilung sind sinnvoll.

Das arithmetische Mittel wird gegenüber dem Wert mit der größten Häufigkeit (Modalwert) abgegrenzt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass der Modalwert im Allgemeinen nicht eindeutig ist. Schülerinnen und Schüler geben Situationen an, bei denen Modalwerte aussagekräftiger sind als das arithmetische Mittel oder umgekehrt. Die Behandlung dieser beiden Kenngrößen bereitet altersangemessen die Notwendigkeit weiterer Kenngrößen im Sekundarbereich II vor.

Als Streumaß wird die anschaulich gut zugängliche Spannweite eingeführt.

Kern

- Häufigkeitsverteilungen graphisch darstellen
 - Säulendiagramme erstellen; Einfluss der Klassenbreite beschreiben
 - Informationsreduktion beim Übergang von Rohdaten zum Säulendiagramm begründen
 - aus Säulendiagrammen Informationen entnehmen
 - Kreisdiagramme lesen
- zwei Häufigkeitsverteilungen vergleichen
 - relative Häufigkeit
 - die Lageparameter arithmetisches Mittel und Modalwert interpretieren und gegeneinander abgrenzen, insbesondere bei selbst erhobenen Daten
 - Lageparameter bestimmten Fragestellungen zuordnen
 - Spannweite als Streumaß
 - Informationsreduktion beim Übergang vom Säulendiagramm zu den Lageparametern und Streumaßen
 - Umkehrung der Fragestellung: fiktive Rohdaten mit vorgegebenen Lageparametern und Streumaßen erstellen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Daten und Zufall

Unterrichtseinheit: Symmetrie

Intention

Körper und Figuren lassen sich mithilfe ihrer Symmetrieeigenschaften beschreiben.

Das Erkennen und Beschreiben von Symmetrien dient der Weiterentwicklung des geometrischen Vorstellungsvermögens.

Einerseits entdecken und untersuchen die Schülerinnen und Schüler Symmetrien in Figuren und Mustern, andererseits erfassen sie Figuren und Muster durch eigenes Zeichnen und finden sich so in ihnen zurecht. Abbildungen (Verschieben, Spiegeln und Drehen) werden zur Erzeugung von Mustern und nicht als eigene mathematische Objekte verwendet.

Die Schülerinnen und Schüler verwenden die Ortslinieneigenschaft des Kreises zur Erzeugung der Mittelsenkrechten und der Winkelhalbierenden.

Drehungen können sich auf Dreieck, Viereck oder Kreis beschränken.

Kern

- Ebenensymmetrie, Achsensymmetrie, Punktsymmetrie, Drehsymmetrie beschreiben, auch im Raum
- Symmetrie des Kreises
- Verschiebungen, Spiegelungen und Drehungen in der Ebene durchführen
- Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende als Symmetrieachsen
- Dreiecke und Vierecke nach Symmetrien lokal ordnen
 - gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck
 - Haus der Vierecke
- Muster beschreiben und erzeugen

Fakultative Erweiterungen

Parkettierung

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Raum und Form; Größen und Messen

Jahrgang 7

Unterrichtseinheit: Zuordnungen

Intention

Den Schülerinnen und Schülern sind aus dem Alltag vielfältige Beispiele für Zuordnungen bekannt. Die diesen Beispielen zugrunde liegende Struktur wird altersangemessen präzisiert und erfasst. Zuordnungen werden tabellarisch und graphisch untersucht, ineinander überführt und klassifiziert.

Es werden die tabellarischen und graphischen Eigenschaften proportionaler Zusammenhänge untersucht. Problemstellungen werden anschaulich mit dem Dreisatz gelöst. In gleicher Weise werden antiproportionale Zusammenhänge untersucht. Die Eigenschaften der Quotienten- und Produktgleichheit werden nach Festigung der Zuordnungsvorstellung thematisiert.

Durch sinnvolle Beispiele erfahren die Schülerinnen und Schüler die Grenzen der Modellbildung.

Kern

- Zuordnungen erfassen
 - Beschreibung durch Worte, Tabellen und Graphen; Wechsel zwischen Darstellungsformen
- proportionale Zusammenhänge erfassen
 - graphisches und tabellarisches Identifizieren
 - Abgrenzung zu anderen „Je-mehr-desto-mehr“-Zusammenhängen
 - Dreisatz zur Berechnung
 - Quotient als „Betrag pro Einheit“
 - Zuordnungsvorschrift
- antiproportionale Zusammenhänge erfassen
 - graphisches und tabellarisches Identifizieren
 - Abgrenzung zu anderen „Je-mehr-desto-weniger“-Zusammenhängen
 - Dreisatz zur Berechnung
 - Produkt als „Gesamtgröße“
 - Zuordnungsvorschrift

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen; funktionaler Zusammenhang

Hinweise

Unterrichtseinheit zu Schuljahresbeginn wegen fächerverbindenden Aspekten (Physik, Chemie);
Taschenrechnereinführung bei der Unterrichtseinheit Zuordnungen

Unterrichtseinheit: Negative Zahlen

Intention

Das Alltagswissen der Schülerinnen und Schüler über negative Zahlen (Temperaturen, Schulden) wird aufgegriffen und vertieft. Hieran anknüpfend werden die Rechenregeln erkundet. Dieses erfolgt anhand realitätsbezogener und überschaubarer Zahlenbeispiele. Da sich bei der Multiplikation zweier negativer Zahlen keine realitätsnahe Einführung anbietet, nutzen die Schülerinnen und Schüler hier das Permanenzprinzip und erfahren dabei den Nutzen der Mustererkennung.

Im Doppeljahrgang 9/10 wird die hier noch intuitiv vorgenommene Zahlbereichserweiterung zusammen mit der Erweiterung durch rationale und irrationale Zahlen bewusst gemacht.

Kern

- positive und negative Zahlen an der Zahlengeraden veranschaulichen
- positive und negative Zahlen addieren und subtrahieren
 - realitätsnahe Einführung, etwa am Temperaturmodell
 - Muster in Rechenreihen beschreiben und fortführen
- positive Zahlen mit negativen Zahlen multiplizieren und umgekehrt
 - realitätsnahe Einführung, etwa am Schuldenmodell
 - Muster in Rechenreihen beschreiben und fortführen
- negative Zahlen mit negativen Zahlen multiplizieren
- Vorzeichenregeln bei der Division
- Klammerschreibweise; Umgang mit Vor- und Rechenzeichen
- Rechenregeln zum vorteilhaften Rechnen verwenden
- Rechengesetze

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen

Unterrichtseinheit: Wahrscheinlichkeit

Intention

Relative Häufigkeiten können durch Wahrscheinlichkeiten modelliert werden.

Ausgehend vom Verständnis der relativen Häufigkeiten wird als deren theoretisches Modell der Begriff der Wahrscheinlichkeit entwickelt. Um diese beiden Begriffe gegeneinander abgrenzen zu können, eignet sich die Untersuchung teilsymmetrischer Objekte wie Quader.

Bei Objekten wie Reißzwecke, bei denen man nicht von der Form auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung schließen kann, wird die Wahrscheinlichkeit als Prognose relativer Häufigkeiten gedeutet.

Bei vollsymmetrischen Objekten wie Laplace-Würfeln lassen sich Wurfwahrscheinlichkeiten ohne reale Daten bestimmen.

Kern

- Versuchsreihen mit teilsymmetrischen Objekten durchführen
 - Vermutungen über Häufigkeiten aufstellen
 - Wahrscheinlichkeit gegen relative Häufigkeit abgrenzen
 - Gesetz der großen Zahlen qualitativ erfassen
 - Wahrscheinlichkeit als Prognose
- eine Versuchsreihe mit unsymmetrischen Objekten durchführen
 - Gesetz der großen Zahlen qualitativ erfassen
 - Wahrscheinlichkeit als Prognose
- eine Versuchsreihe mit vollsymmetrischen Objekten durchführen
 - Laplace-Wahrscheinlichkeit
 - Wahrscheinlichkeit gegen relative Häufigkeit abgrenzen
 - Gesetz der großen Zahlen qualitativ erfahren
- Additions- und Komplementärregel begründen und anwenden

Fakultative Erweiterungen

Erwartungswert eines Gewinns

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Daten und Zufall

Unterrichtseinheit: Prozent- und Zinsrechnung

Intention

Die Prozent- und Zinsrechnung wird unter dem Aspekt der Proportionalität behandelt. Problemstellungen werden mit dem Dreisatz bearbeitet.

Kern

- Prozentrechnung mithilfe des Dreisatzes
- Zinsrechnung mithilfe des Dreisatzes

Fakultative Erweiterungen

Zinseszinsen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen; funktionaler Zusammenhang

Unterrichtseinheit: Flächen- und Rauminhalte

Intention

Bei der Berechnung von Figuren und Körpern spielt die Anwendung wesentlicher Strategien wie Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Ergänzen zu Bekanntem und Wechsel der Darstellungsebene eine wesentliche Rollen. So schulen die Schülerinnen und Schüler ihre Fähigkeiten und Fertigkeiten im Problemlösen.

Bei der Bestimmung von Längen, Flächen- und Rauminhalten von Figuren wird das Zusammenspiel von Geometrie und Arithmetik deutlich. Die Flächen- und Rauminhalte einfacher Figuren werden durch Terme beschrieben und unter Berücksichtigung passender Einheiten berechnet. Werden dabei jeweils unterschiedliche Terme aufgestellt, wird deren Gleichheit begründet.

Zum Ausschärfen einer Größenvorstellung ist das Schätzen notwendig, das immer wieder in passenden Sachzusammenhängen geschult wird.

Vergleich und Interpretation sowie der Darstellungswechsel von Schrägbildern und Netzen dienen dazu, dass die Schülerinnen und Schüler Körper erfassen und ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiterentwickeln.

Kern

- Umfang und Flächeninhalt von Dreieck, Parallelogramm, Trapez
 - vergleichen, schätzen, berechnen
 - Formeln begründen, anwenden und interpretieren

- Oberflächen- und Rauminhalt des Prismas
 - vergleichen, schätzen, berechnen
 - Formeln begründen, anwenden und interpretieren

- mit Schrägbildern und Netzen umgehen
 - vergleichen und interpretieren
 - zwischen verschiedenen Darstellungen wechseln

Fakultative Erweiterungen

Raute; Drachenviereck

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Raum und Form

Unterrichtseinheit: Geometrische Konstruktionen an Dreiecken

Intention

Die Kongruenzsätze werden im Sinne der vier Grundkonstruktionen für Dreiecke verwendet. Maßstabsgetreue Zeichnungen dienen der Größenbestimmung und bereiten weitergehende Berechnungen vor.

Kern

- Dreiecke konstruieren
 - vier Grundkonstruktionen
 - Kongruenz

Fakultative Erweiterungen

Begründungen mit Kongruenzsätzen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Raum und Form

Jahrgang 8

Unterrichtseinheit: Gleichungen

Intention

Die Variablen sind im Sinne von Platzhaltern verankert. Der Variablenbegriff und der Zusammenhang zwischen Termen und Funktionen sowie der Darstellungswechsel zwischen Term, Graph und Tabelle werden hier vorbereitet und in späteren Unterrichtseinheiten ausgeschärft.

Diese Unterrichtseinheit ist eng mit vielen Unterrichtseinheiten vernetzt. Die erlernten Strategien werden immer wieder an geeigneter Stelle thematisiert, um präsent zu bleiben.

Kern

- einfache lineare Gleichungen lösen
- einfache Verhältnisgleichungen lösen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen; funktionaler Zusammenhang

Hinweise

Unterrichtseinheit weist fächerverbindende Aspekte auf (Physik, Chemie)

Unterrichtseinheit: Besondere Linien bei Figuren – Entdecken und Begründen

Intention

Bei vertieften Untersuchungen an Dreiecken werden heuristische und argumentative Fähigkeiten gefördert. Dazu gehört auch, Zusammenhänge im Hinblick auf ihre Umkehrbarkeit zu untersuchen.

Die Idee der Ortslinie beim Kreis wird erweitert auf Parallelen, Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden. Die Ortslinieneigenschaften von Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden werden verwendet, um Schnittpunkteigenschaften begründen zu können und um Konstruktionsprobleme zu lösen.

Kern

- Transversalen erkunden
 - Mittelsenkrechten, Winkelhalbierenden, Seitenhalbierenden, Höhen identifizieren und konstruieren
 - Parallelen, Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden als Ortslinien identifizieren
 - Schnittpunkte von Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden begründen
 - ausgewählte komplexere Dreieckskonstruktionen durchführen
- Satz des Thales begründen und anwenden

Fakultative Erweiterungen

Umkreis; Inkreis

Unterrichtseinheit: Sprache der Algebra

Intention

Die Typen der umzuformenden Terme werden aus dem Sachkontext gewonnen oder innermathematisch bereitgestellt. Sofern Einstiegskontexte aus Problemstellungen anderer Unterrichtseinheiten gewonnen werden, werden die Ergebnisse im Sachkontext interpretiert.

Kontextfreie Terme sollen in ihrer Komplexität nicht zu sehr über die Komplexität kontextgebundener Terme hinausgehen.

Der Umgang mit Termen gelingt sicherer, wenn Terme nach ihrer Struktur klassifiziert werden.

Beim Umgang mit konkreten Zahlen haben die Schülerinnen und Schüler die Rechengesetze bisher intuitiv verwendet. Die Gesetze werden jetzt geometrisch visualisiert und dann auf Terme übertragen.

Grundsätzliche Strategien beim rechnerfreien Umformen von Termen werden an einfachen Beispielen verdeutlicht, dann verallgemeinert und verankert.

Diese Unterrichtseinheit ist eng mit vielen Unterrichtseinheiten vernetzt. Die erlernten Strategien werden immer wieder an geeigneter Stelle thematisiert, um präsent zu bleiben.

Kern

- einfache Termumformungen durchführen
 - gleichartige Terme zusammenfassen
 - ausmultiplizieren
 - ausklammern
- Summen multiplizieren
 - unterschiedliche Summen ausmultiplizieren
 - binomische Formeln als Spezialfall anwenden

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen; funktionaler Zusammenhang; Größen und Messen

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Listenfunktion/ Tabellenkalkulation, *siehe Medienkonzept*

Unterrichtseinheit: Simulation und Baumdiagramme

Intention

Mithilfe von Wahrscheinlichkeiten lassen sich Häufigkeiten auch in komplexeren Situationen prognostizieren. Man arbeitet möglichst lange mit absoluten Häufigkeiten, da das Denken in natürlichen Zahlen weniger fehlerträchtig ist. Es wird darauf geachtet, dass das Bewusstsein für die Variabilität bei Zufallsversuchen erhalten bleibt: Die Schülerinnen und Schüler erfahren durch Simulationen, dass die vorhergesagten Häufigkeiten nicht punktgenau eintreffen. Auch die Pfadregeln sind mit absoluten Häufigkeiten besonders gut einsichtig zu machen.

Die Zufallsversuche beschränken sich nicht nur auf Laplace-Versuche. Der Unterschied zwischen Ziehen mit und Ziehen ohne Zurücklegen wird verdeutlicht. Simulationen werden mit realen Objekten sowie mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge durchgeführt. Das Erleben der Variabilität fördert ein Verständnis für den Unterschied zwischen Wahrscheinlichkeit und relativer Häufigkeit sowie für das Gesetz der großen Zahlen.

Kern

- einstufige Zufallsversuche mit bekannten Pfad-Wahrscheinlichkeiten prognostizieren, durchführen und simulieren
 - Prognose absoluter Häufigkeiten
 - die Prognose mit dem Ausgang eines mehrfach durchgeführten Zufallsversuchs vergleichen
 - qualitative Beurteilung der Prognose in Abhängigkeit von der Anzahl der Versuchsdurchführungen; Zusammenhang zum Gesetz der großen Zahlen
- zwei- und mehrstufige Zufallsversuche mit bekannten Pfad-Wahrscheinlichkeiten prognostizieren, durchführen und simulieren
 - Darstellung im Baumdiagramm
 - Prognose absoluter Häufigkeiten
 - die Prognose mit dem Ausgang eines mehrfach durchgeführten Zufallsversuchs vergleichen
 - Variabilität der erzielten absoluten Häufigkeiten
 - die Pfadregeln mit absoluten Häufigkeiten begründen
 - die Pfadregeln anwenden

Fakultative Erweiterungen

Summenverteilung beim zweimaligen Würfeln; Erwartungswerte (z. B. als Gewinnerwartung)

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Daten und Zufall

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Einsatz zur Simulation (z. B. Zufallszahlen)

Unterrichtseinheit: Lineare Funktionen

Intention

In dieser Unterrichtseinheit wird der Funktionsbegriff vorbereitet, eine Ausschärfung erfolgt erst in den folgenden Jahren. Lineare funktionale Zusammenhänge werden erkundet und lineare Funktionen und Gleichungen als mathematische Modelle für bestimmte Zusammenhänge identifiziert. Dabei erfahren die Schülerinnen und Schüler den Übergang von statischen zu dynamischen Variablen und entwickeln ein grundlegendes Verständnis für das funktionale Denken. Ein vertieftes Verständnis wird durch den Darstellungswechsel Gleichung – Graph – Tabelle gefördert. Digitale Mathematikwerkzeuge werden angemessen zur Visualisierung, zur numerischen Lösung sowie zur linearen Regression eingesetzt.

Kern

- lineare Zusammenhänge identifizieren und darstellen:
 - Sachkontext, Diagramm, Tabelle, Koordinatensystem, Gleichung
 - Wechsel und Beziehungen der Darstellungsformen
 - hilfsmittelfreies Zeichnen von Geraden
 - Abgrenzung gegen nicht-lineare Zusammenhänge

- lineare Funktionen und lineare Gleichungen analysieren und vergleichen
 - Bezug Funktionsterm, Funktionsgleichung und Funktionsgraph
 - Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt und Nullstelle
 - Steigung als konstante Änderungsrate
 - Parametervariation in Funktionsgleichung und Funktionsgraph
 - Modellierung von Sachproblemen
 - Geradengleichungen aus zwei Punkten bestimmen, in einfachen Fällen hilfsmittelfrei
 - Ausgleichsgeraden zeichnerisch finden
 - Ausgleichsgeraden mithilfe des Regressionsmoduls oder Parametervariation bestimmen

- lineare Gleichungen lösen
 - Lösen durch Probieren und Rückwärtsarbeiten
 - Lösen einfacher linearer Gleichungen hilfsmittelfrei
 - Lösen linearer Gleichungen mit digitalen Mathematikwerkzeugen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Funktionaler Zusammenhang

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Regressionsmodul

Unterrichtseinheit: Systeme linearer Gleichungen

Intention

Diese Unterrichtseinheit schließt sich an die Unterrichtseinheit über lineare Funktionen an und ist eng mit ihr verwoben.

Die Schülerinnen und Schüler lösen einfache lineare Gleichungssysteme – auch mit Parametern – von Hand, wobei das Einsetzungsverfahren fächerübergreifend als universelle Lösungsstrategie betrachtet wird.

Kern

- lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen aufstellen und lösen
 - Sachprobleme lösen
 - Bezug LGS und Graph, auch im Hinblick auf die Lösbarkeit
 - Lösen einfacher linearer Gleichungssysteme graphisch und mit Einsetzungs- und Gleichsetzungsverfahren
 - Lösen komplexerer linearer Gleichungssysteme mit digitalen Mathematikwerkzeugen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Funktionaler Zusammenhang

Hinweise

Einsetzungsverfahren universelle Lösungsstrategie (fächerübergreifender Aspekt)

Jahrgang 9

Unterrichtseinheit: Ähnlichkeit

Intention

Die Alltagsvorstellung von Ähnlichkeit als Invarianz der Form wird bei geradlinig begrenzten Figuren durch die Übereinstimmung in den Winkelgrößen und die Gleichheit der Verhältnisse entsprechender Seitenlängen präzisiert. Das Auffinden ähnlicher Dreiecke ermöglicht z. B. die Berechnung von Längen.

Kern

- Ähnlichkeit beschreiben und nutzen
 - zueinander ähnliche Dreiecke identifizieren
 - Ähnlichkeitssätze für Dreiecke
 - Streckenlängen berechnen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen; Größen und Messen

Unterrichtseinheit: Umgang mit Wurzeln

Intention

Das Wurzelziehen wird als Umkehroperation des Quadrierens eingeführt. Dieses naive Verständnis von Wurzeln wird bei der Berechnung von Streckenlängen angewendet. Wurzelgesetze werden für einfache Termumformungen verwendet.

Kern

- mit Wurzeln umgehen
 - Wurzelziehen als Umkehroperation
 - Rechengesetze exemplarisch begründen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen

Unterrichtseinheit: Satzgruppe des Pythagoras

Intention

Bei vertieften Untersuchungen an rechtwinkligen Dreiecken bieten sich vielfältige Möglichkeiten zum Argumentieren im Sinne von Begründen. Dazu gehört auch, Zusammenhänge in Hinblick auf ihre Umkehrbarkeit zu untersuchen. Die gewonnenen Erkenntnisse ermöglichen auch Berechnungen in allgemeinen Dreiecken.

Mithilfe des Satzes von Pythagoras werden unbekannte Streckenlängen sowohl bei innermathematischen Problemen als auch bei Sachproblemen bestimmt.

Kern

- Satzgruppe des Pythagoras begründen und anwenden
- Streckenberechnung (Anwendung von Wurzeln)

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Größen und Messen; Zahlen und Operationen

Unterrichtseinheit: Vierfeldertafeln und Baumdiagramme

Intention

Daten mit zwei Merkmalen lassen sich übersichtlich mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln darstellen. Beide Darstellungen fördern auf unterschiedliche Weise die Einsicht. Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass bei Daten mit zwei Merkmalen überraschende Phänomene auftreten können und dass man auch aus unvollständig vorliegenden Daten Schlüsse ziehen kann.

Arbeitet man mit absoluten Häufigkeiten, so lassen sich zweistufige Zufallsversuche ebenfalls durch Vierfeldertafeln übersichtlich darstellen. Dabei wird auch die Variabilität der zu erwartenden Daten thematisiert. Insbesondere lassen sich unbekannte Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsversuchen aus den Vierfeldertafeln auf einfache Weise ermitteln.

Es empfiehlt sich, möglichst lange mit absoluten Häufigkeiten zu arbeiten, weil dadurch die Sachlage veranschaulicht und deshalb das Verständnis sehr gefördert wird.

Die anschaulichen Überlegungen in dieser Unterrichtseinheit bereiten die Behandlung der *bedingten Wahrscheinlichkeit* im Sekundarbereich II vor.

Kern

- Daten mit zwei unterschiedlichen Merkmalen darstellen und analysieren
 - Einträge in Baumdiagramm und Vierfeldertafel vervollständigen
 - Wechsel zwischen den Darstellungsformen Baumdiagramm und Vierfeldertafel
- zweistufige Zufallsversuche darstellen und analysieren
 - Einträge in Baumdiagramm und Vierfeldertafel vervollständigen
 - zwischen diesen Darstellungen wechseln
- unbekannte Wahrscheinlichkeiten ermitteln und interpretieren

Fakultative Erweiterungen

Einheitsquadrat zur Visualisierung; iteratives Lernen aus Erfahrung; ausgewählte funktionale Zusammenhänge; Veranschaulichung der Variabilität durch Simulationen

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Daten und Zufall

Unterrichtseinheit: Quadratische Funktionen und Gleichungen

Intention

Ausgehend von realitätsnahen Problemstellungen wie z. B. Optimierungsproblemen lernen die Schülerinnen und Schüler quadratische Funktionen sowie deren Gleichungen in allgemeiner und faktorisierte Form kennen. Durch Parametervariation werden die Auswirkungen der Parameter auf das Aussehen des Graphen untersucht. Die Zusammenführung der Ergebnisse ermöglicht eine Charakterisierung unter den Gesichtspunkten Streckung, Öffnung, Symmetrie, Scheitelpunkt, Nullstellen. Insbesondere wird der Zusammenhang zwischen Lage der Nullstellen und x-Koordinate des Scheitelpunktes deutlich. Im Anschluss daran erfolgt eine Analyse der Scheitelpunktform. Funktionales Denken, graphisches Vorstellungsvermögen und Termstrukturerkennung ergänzen sich. Ein vertieftes Verständnis wird durch den Darstellungswechsel Gleichung – Graph – Tabelle gefördert.

Das Wissen um diese Zusammenhänge erleichtert es, in einfachen Fällen ohne Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge zwischen faktorisierte Form und Scheitelpunktform sowie allgemeiner Form zu wechseln und quadratische Gleichungen zu lösen. Die quadratische Ergänzung bzw. die p-q-Formel zur Lösung quadratischer Gleichungen werden mit den entsprechenden graphischen Eigenschaften verknüpft und somit als sinnvolle Strategie erfahren. Für die Lösung quadratischer Gleichungen in nicht-einfachen Fällen stehen digitale Mathematikwerkzeuge zur Verfügung.

Die Schülerinnen und Schüler verwenden quadratische Funktionen bei der Modellierung in verschiedenen Sachkontexten. Wie bei den linearen Zusammenhängen werden auch hier die Grenzen der Modellierung aufgezeigt. Die Nutzung des Regressionsmoduls ermöglicht es, durch Daten dargestellte Zusammenhänge zu modellieren.

Die Parabel wird als Ortslinie betrachtet, um so neben der funktionalen eine weitere Deutung zu ermöglichen. Dazu wird entweder aus der funktionalen Darstellung die Ortslinieneigenschaft entwickelt oder umgekehrt.

Kern

- quadratische Funktionen untersuchen – Parametervariation
 - Zusammenhang von Funktionsgleichung und –graph für $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
 - Zusammenhang von Funktionsgleichung und –graph für $f(x) = a \cdot (x - m) \cdot (x - n)$
 - Zusammenhang von Funktionsgleichung und –graph für $f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$
 - Wechsel zwischen den Formen
 - hilfsmittelfreies Skizzieren von Parabeln
- quadratische Gleichungen
 - Verknüpfung der Lösung mit den Eigenschaften des Graphen und der Struktur der Terme
 - $x^2 + p \cdot x = 0$ und $x^2 + q = 0$ hilfsmittelfrei lösen
 - $x^2 + p \cdot x + q = 0$, $a \cdot x^2 + b \cdot x = 0$, $a \cdot x^2 + c = 0$ und $a \cdot (x - d)^2 + e = 0$ lösen, in einfachen Fällen auch hilfsmittelfrei

- quadratische Zusammenhänge modellieren
 - Optimierungsprobleme und Nullstellensuche
 - Ausgleichsparabeln mithilfe der Parametervariation oder des Regressionsmoduls bestimmen
- Parabel als Ort aller Punkte, die zu einem Punkt und zu einer Geraden den gleichen Abstand haben

Fakultative Erweiterungen

Deutung des Graphen einer quadratischen Funktion als Überlagerung von Gerade und Parabel

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen; Funktionaler Zusammenhang; Raum und Form

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Regressionsmodul; Lösen komplizierter quadratischer Gleichungen durch Nullstellenbestimmung (GTR) oder durch Einsatz von CAS

Unterrichtseinheit: Kreisberechnungen

Intention

Der Umfang oder der Flächeninhalt des Kreises wird durch ein geeignetes Näherungsverfahren bestimmt. Ausgehend von trigonometrischen Beziehungen kann die Annäherung durch regelmäßige n-Ecke einfach und zeitökonomisch gestaltet werden. Es reicht, die Annäherung von innen oder von außen vorzunehmen.

Die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass zu Flächeninhalt und Umfang dieselbe Kreiszahl π gehört.

Formeln für Bogenlängen und Kreisausschnitte werden exemplarisch entwickelt.

Kern

- Flächeninhalt und Umfang des Kreises ermitteln
 - Weg zur Kreiszahl π
 - Flächeninhalt und Umfang schätzen und berechnen
 - Bogenlänge und Kreisausschnitt
 - Bogenmaß

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Größen und Messen

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Einsatz abhängig vom gewählten Verfahren zur Einführung von π

Unterrichtseinheit: Trigonometrie (rechtwinklige und allgemeine Dreiecke)

Intention

Kenntnisse über Ähnlichkeit bei geradlinig begrenzten Figuren werden durch die trigonometrischen Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck erweitert. Mit Hilfe der trigonometrischen Beziehungen werden unbekannte Winkelgrößen sowohl bei innermathematischen als auch bei Sachproblemen bestimmt.

Mit Sinus-, Kosinus- und Tangenswerten wird gerechnet, ohne deren Irrationalität zu thematisieren.

Kern

- trigonometrische Beziehungen identifizieren und nutzen
 - Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken mit Sinus, Kosinus, Tangens
 - Tangens als Steigungsmaß

- Berechnungen an allgemeinen Dreiecken
 - Sinussatz
 - Kosinussatz

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Größen und Messen

Jahrgang 10

Unterrichtseinheit: Potenzen

Intention

Der Potenzbegriff wird wiederholt und erweitert. Das Rechnen mit Potenzen wird erkundet und exemplarisch begründet. In einer späteren Unterrichtseinheit werden die Rechengesetze für Potenzen genutzt, um Erkenntnisse über exponentielle Funktionen oder Zusammenhänge zu gewinnen.

Kern

- mit Potenzen rechnen
 - Rechengesetze exemplarisch begründen
 - Gleichungen umformen und lösen, in einfachen Fällen auch hilfsmittelfrei

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen

Unterrichtseinheit: Körper

Intention

Es werden Körper berechnet, deren Maßzahlen durch Approximation zu bestimmen sind.

Vor dem Berechnen werden die zu bestimmenden Maßzahlen geschätzt; die Schätzwerte werden mit den berechneten Werten verglichen.

Die Formeln für das Volumen und den Oberflächeninhalt von Pyramide, Kegel und Kugel werden zu Berechnungen verwendet, deren Begründungen werden aber nicht gefordert. Netze und Schrägbilder werden zur Visualisierung genutzt.

Kern

- Maßzahlen ausgewählter Körper schätzen und berechnen
 - Zylinder: Oberflächeninhalt und Volumen
 - Kegel: Oberflächeninhalt und Volumen
 - Kugel: Oberflächeninhalt und Volumen

Fakultative Erweiterungen

Weg zum Volumen von Pyramide, Kegel und Kugel; Weg zum Oberflächeninhalt von Kegel und Kugel

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Größen und Messen

Unterrichtseinheit: Exponentielle Zusammenhänge

Intention

Ausgehend von der Idee des prozentualen positiven bzw. negativen Zuwachses wird exponentielles Wachstum iterativ eingeführt und auch explizit beschrieben sowie gegen lineares Wachstum abgegrenzt.

Die iterativ beschriebene Überlagerung aus exponentiellem und linearem Wachstum in der Form $b(n) = b(n-1) + w \cdot b(n-1) + d$ mit $w \geq -1$ bzw. $b(n) = k \cdot b(n-1) + d$ mit $k \geq 0$ führt auf vier Fälle, die in Abhängigkeit des Anfangswertes sowie der Parameter d und w bzw. k untersucht und mit Sachsituationen verknüpft werden. Zusammenhänge zwischen iterativer und expliziter Beschreibung begrenzten Wachstums werden hergestellt. In den Fällen, in denen sich begrenztes Wachstum ergibt, kann die Grenze G bestimmt werden.

Die Grenzprozesse bei exponentiellem Zerfall und begrenztem Wachstum werden in der Unterrichtseinheit *Näherungsverfahren als Grenzprozesse* wieder aufgegriffen.

Die leitenden Fragestellungen bei der Untersuchung der Auswirkungen von Parametervariationen auf Funktionsgraphen und Funktionsgleichungen, die den Schülerinnen und Schülern von den linearen und quadratischen Funktionen bekannt sind, werden hier auf exponentielle Zusammenhänge übertragen. Ein vertieftes Verständnis wird durch den Darstellungswechsel Gleichung – Graph – Tabelle gefördert.

Die Schülerinnen und Schüler sollen die Bedeutung der Parameter erläutern und insbesondere die Graphen der durch f mit $f(x) = a \cdot b^x$ für positive b definierten Funktionen skizzieren können.

Die Rechengesetze für Potenzen werden jetzt genutzt, um Erkenntnisse über die Funktionen oder einen zugehörigen Zusammenhang zu gewinnen.

Das Wurzelziehen und das Logarithmieren werden als Umkehroperationen zum Potenzieren genutzt.

Diese Unterrichtseinheit bietet vielfältige Möglichkeiten zur Modellierung.

Kern

- exponentielle Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren
 - Sachsituationen iterativ und explizit modellieren
 - lineare und exponentielle Prozesse voneinander abgrenzen
 - Überlagerung von linearem und exponentiellem Wachstum untersuchen
 - Bestimmen der Grenze G bei begrenztem Wachstum
 - Vergleich der expliziten und iterativen Darstellung

- Exponentialfunktionen untersuchen – Parametervariation
 - Zusammenhang von Funktionsgleichung und –graph für $f(x) = a \cdot b^x + c$
 - hilfsmittelfreies Skizzieren der Graphen für $f(x) = a \cdot b^x$ mit $b > 0$
 - Funktionsgleichungen aus zwei Punkten bestimmen, in einfachen Fällen hilfsmittelfrei
 - Ausgleichsfunktionen mithilfe des Regressionsmoduls oder Parametervariation bestimmen
- Logarithmen
 - Logarithmieren als Umkehroperation zum Potenzieren
 - Umgang mit Logarithmen: Logarithmengesetze

Fakultative Erweiterungen

iterative Modellierung des logistischen Wachstums

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Funktionaler Zusammenhang

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Listenfunktion/ Tabellenkalkulation, *siehe Medienkonzept*; Regressionsmodul

Unterrichtseinheit: Periodische Zusammenhänge

Intention

Ausgehend von den trigonometrischen Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck wird am Einheitskreis die vorzeichenbehaftete Länge der Gegenkathete in Abhängigkeit vom Winkel als Funktion gedeutet.

Die an den linearen und quadratischen Funktionen sowie Exponentialfunktionen gewonnenen Erkenntnisse über Parametervariationen werden hier übertragen und um die Streckung bzw. Stauchung entlang der Rechtsachse ergänzt. Ein vertieftes Verständnis wird durch den Darstellungswechsel Gleichung – Graph – Tabelle gefördert.

Bei der Modellierung können die Schülerinnen und Schüler erstmalig in der Realität auftretende periodische Abläufe mathematisch erfassen.

Das Lösen der auftretenden Gleichungen erfolgt mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, wobei insbesondere auf eine angemessene Lösung im Hinblick auf die Periodizität der Funktion und auf die sachangemessene Wahl des Arguments geachtet wird.

Kern

- Sinus- und Kosinusfunktion als periodische Funktion
 - Definition am Einheitskreis
 - Verschiebung des Graphen der Sinusfunktion zum Graphen der Kosinusfunktion
 - Darstellung in Grad- und Bogenmaß
- Sinusfunktion untersuchen – Parametervariation
 - Zusammenhang von Funktionsgleichung und –graph für $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$
 - einfache Funktionsgraphen hilfsmittelfrei skizzieren
- periodische Zusammenhänge modellieren

Fakultative Erweiterungen

Modellierung mithilfe des Regressionsmoduls

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Funktionaler Zusammenhang

Unterrichtseinheit: Näherungsverfahren als Grenzprozesse

Intention

In dieser Unterrichtseinheit werden einige früher unterrichtete Inhalte, die bisher eher naiv verstanden wurden und bei denen Grenzprozesse eine wichtige Rolle spielen, vertieft und neu strukturiert.

Dabei wird jetzt einerseits die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen begründet und andererseits der Grenzwert als eine Zahl eingeführt, der man sich mit einem Näherungsverfahren beliebig dicht annähert. Ziel ist ein verständiger und nachhaltiger Umgang mit Grenzprozessen, der sich auf die Anschauung gründet. Aus diesem Grund soll auch die Limes-Schreibweise möglichst spät eingeführt werden. Bisher wurde mit Wurzeltermen naiv gerechnet. Jetzt wird die Irrationalität ausgewählter Quadratwurzeln exemplarisch begründet. Quadratwurzeln werden (etwa durch das Heron-Verfahren) durch einen Grenzprozess angenähert.

Der exponentielle Zerfall und das begrenzte Wachstum werden als Grenzprozesse betrachtet. Auch die Frage nach dem Grenzverhalten des Graphen von f mit $f(x) = \frac{1}{x}$ festigt exemplarisch die Vorstellungen über Grenzprozesse.

Die Überlegungen zu Grenzprozessen bereiten die Argumentationsketten der Analysis vor: Dadurch wird der spätere Übergang sowohl von mittleren zu lokalen Änderungsraten als auch die Grundidee der Integralrechnung anschaulich und verständlich.

Kern

- Gemeinsamkeiten und Unterschiede ausgewählter Grenzprozesse beschreiben
 - ein Verfahren zur Annäherung an irrationale Quadratwurzeln
 - die Identität $0,\overline{9} = 1$ als Grenzprozess
 - die Kreiszahl π als Ergebnis eines Grenzprozesses
 - exponentieller Zerfall und begrenztes Wachstum als Grenzprozesse
 - Grenzverhalten des Graphen von f mit $f(x) = \frac{1}{x}$
- Zahlbereichserweiterungen erläutern
 - eine exemplarische Irrationalitätsbegründung
 - Erweiterung der Zahlbereiche zu den reellen Zahlen
 - Rückblick auf frühere Zahlbereichserweiterungen

Fakultative Erweiterungen

Grenzprozesse beim Pyramidenvolumen und bei der Kugel

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen